

孤立したオンラインコミュニティにおけるユーザダイナミックスの活性化特性

久保 尊広^{†a)} 高野 知佐^{††b)} 会田 雅樹^{†c)}

Activation Characteristics of User Dynamics in Isolated Online Communities

Takahiro KUBO^{†a)}, Chisa TAKANO^{††b)}, and Masaki AIDA^{†c)}

あらまし オンラインソーシャルネットワーク上のユーザは、同じ志向をもつユーザたちと優先的に係わり合うことにより、特定のユーザ同士のコミュニティを形成する傾向がある。この傾向が過度に進むとコミュニティの孤立化が進行するとともに、孤立したコミュニティ内で一般常識とは異なる偏った思想や信念が強く信じられ、ユーザダイナミックスが増幅する現象に繋がる。このようなユーザダイナミックスの発生メカニズムとして、オンラインユーザダイナミックスを記述する振動モデルによるモデル化が行われており、特に孤立したコミュニティにおける特殊な環境下でのユーザダイナミックスが注目されている。興味深いことに、そのモデルに現れる構造は、孤立したコミュニティ間が弱い紐帯で結びついたときに現れるネット炎上のモデルと類似している。本論文は、その類似性を利用し、孤立したオンラインコミュニティでのユーザダイナミックスについて、数値計算シミュレーションを実施し、ユーザダイナミックスの活性化の発生を確認した結果を報告する。

キーワード ラプラシアン行列、波動方程式、ユーザダイナミックス、蔵本モデル

1. ま え が き

情報ネットワークの発展と普及により、個人間のコミュニケーションや個人の情報発信力が飛躍的に活性化され、ビジネスや日常生活のあり方に変革をもたらしている。特に、ソーシャルネットワークサービス (SNS) では、一個人が不特定多数の他者に影響を与えたり、逆に影響を受けたりすることが可能な枠組みが実現している。このような SNS 上で形成されるユーザ間の関係をオンラインソーシャルネットワーク (OSN) と呼ぶ。

情報ネットワークを活用することにより、ユーザは望みさえすれば多様な情報を容易に入手することが可能である。しかしながら、ユーザは自身の志向に合

う特定の情報を選択的に入手する傾向がある。特に OSN 上の関係では、同じ志向をもつユーザたちと優先的に係わり合うことにより、しばしば閉鎖的なコミュニティが形成されがちである。このような閉鎖的なコミュニティが過度に進むと、他のコミュニティと相互作用のない、事実上分断されたサブネットワークが形成される。このようにして形成された閉鎖的なコミュニティでは、一般常識とは異なる偏った思想や信念が強化される現象が知られている。

OSN 上のユーザダイナミックスの研究として、ネットワークの振動モデルが知られている [1], [2]。このモデルは、ユーザ間に働く何らかの影響が、OSN を介して有限速度で伝搬すると考え、ネットワーク上の波動方程式によって影響の伝搬を記述するものである。振動モデルでは、ネット炎上のようなユーザダイナミックスが過度に活性化する現象の発生メカニズムを説明することができる。典型的な発生パターンとしては、OSN の構造を表すラプラシアン行列について、その固有値に実数ではない固有値が含まれる場合に発生するケースが挙げられる。それ以外に、OSN の構造を表すラプラシアン行列の固有値が全て実数であったとしても、固有値が縮退した場合に、それに起因してネット

[†] 東京都立大学システムデザイン研究科, 日野市
Graduate School of Systems Design, Tokyo Metropolitan University, 6-6
Asahigaoka, Hino-shi, 191-0065 Japan

^{††} 広島市立大学情報科学研究科, 広島市
Graduate School of Information Sciences, Hiroshima City University, 3-4-1
Ozuka-Higashi, Asa-Minami-ku, Hiroshima-shi, 731-3194 Japan

a) E-mail: kubo-takahiro@ed.tmu.ac.jp

b) E-mail: takano@hiroshima-cu.ac.jp

c) E-mail: aida@tmu.ac.jp

DOI:10.14923/transcomj.2021GWP0024

炎上が発生することが確認されている [3], [4].

振動モデルは、分断されたサブネットワークのユーザダイナミクスを説明するモデルにも適用されていて、自発的対称性の破れの概念を用いた OSN の分極化モデル [5]、及びそれに基づいてエコーチェンバー現象を記述するモデル [6] が提案されている。それらのモデルでは、孤立したコミュニティ内の全てのユーザが互いに接続されている状況を考えている。この状況では OSN の構造を表すラプラシアン行列の固有値は実数であるが、固有値の縮退が発生する。このため、分断されたサブネットワークのユーザダイナミクスのモデル化に現れるユーザダイナミクスの方程式は、形式上、固有値の縮退によるネット炎上モデルに類似した構造をもつ。しかし、複数の要因が相互に影響するため、モデルの方程式の解として、ネット炎上モデルに相当するユーザダイナミクスの強度の増大が起こるのかどうか、まだ解明されていない。

本論文は、分断されたサブネットワークを記述するユーザダイナミクスの方程式の構造が、固有値の縮退によるネット炎上のモデル [4] と類似した構造をもつことを利用し、孤立したサブネットワークのユーザダイナミクスの特性を調べ、ユーザダイナミクスの強度の増大が起こる可能性があることを数値計算シミュレーションによって示す。

本論文の構成は以下のとおりである。2. では、OSN のユーザダイナミクスに関する関連研究を示し、本研究の位置づけと重要性を明らかにする。3. では、分断したコミュニティに現れるユーザダイナミクスを記述する波動方程式を説明し、それが固有値の縮退に伴って現れる波動方程式と類似した構造をもつことを示す。4. では、数値計算シミュレーションにより、孤立したサブネットワークにおいてユーザダイナミクスの強度が増大する現象の発生を示す。5. では、本論文の結論を述べる。

2. 関連研究

OSN は現実のソーシャルネットワークよりも構造的な情報を得やすいため、ネットワーク分析の研究が盛んに進められている [7]~[9]。研究対象となる OSN の構造は大まかには二種類に分類できる。一つは *social relationship network* と呼ばれており、フォロワー間の関係性により形成される [10]~[14]。もう一つは *social interaction network* と呼ばれており、個人間の実際の関係を示す [15]~[18]。一方、OSN の構造を深く理解

するためには、現実のデータを分析することに加えて理論的なモデルの確立が必要である。

OSN の理論的なモデルの研究は以下のように要約できる。OSN 上の噂の拡散や新しいサービスの浸透を説明するための主なモデル化の方法は大きく分けて二つある [19], [20]。一つはマクロなモデルであり、個々のユーザの状態を直接記述せずに、ユーザの集団特性のようなマクロな情報を記述することが特徴である。もう一方はミクロなモデルであり、個々のユーザの状態を直接記述することが特徴である。

マクロなモデルの代表例として、SIS モデルや SIR モデルが挙げられる。これらは本来、感染症に関するモデルであるが、噂や情報の拡散を感染症の感染プロセスにたとえることで、OSN のユーザダイナミクスのモデル化を行っている [21]~[24]。このようなモデル化では、爆発的なユーザダイナミクスとは、状態変化の時間的な速度について記述する。例えば、特定の情報がユーザの集団に広まるタイプの現象を扱うことになる。しかし、ネット炎上のようなユーザダイナミクスの強度自体が増大する現象をモデル化することはできない。

ミクロなモデルは、ユーザの状態を個々にモデル化するもので、情報伝搬を表すパーコレーションモデル [25]~[28] や、マルコフ連鎖を利用したモデル [19], [20], [29]~[32] などが提案されている。しかし、これらのモデルは十分時間が経過したあとの定常状態の性質や、そこに至るまでの過渡状態の性質を調べる枠組みで解析されてきた。数学的には、ユーザダイナミクスを記述する微分方程式が時間に関して一階微分となる方程式であり、十分時間が経過して時間微分が 0 になる状態が定常状態である。このモデル化は、通常は安定な定常状態に向かうプロセスをモデル化しており、ネット炎上のようにユーザダイナミクスの強度自体が増大する現象をモデル化することはできない。

本論文は、ユーザ間の影響が OSN 上を有限速度で伝搬することを前提として、ネットワーク上の波動方程式に基づくモデルである振動モデル [1] を取り扱う。波動方程式とは、何らかの信号が媒質中を有限速度で伝搬する様子を記述する方程式であり、今の場合は信号がユーザ間の影響であり、媒質が OSN である。ネットワーク上の波動方程式は時間に関する二階の微分方程式である。また、OSN が一般に有向グラフであることから、現実の世界の波動方程式とは異なってエネルギー保存則が破れる場合があり、ネット炎上のような

ユーザダイナミックスの強度が発散する現象も取り扱うことができる。

3. 孤立したコミュニティから生じるユーザダイナミックスのモデル

3.1 振動モデルの基礎方程式

本節では OSN 上のユーザダイナミックスを記述するネットワーク上の振動モデルの概要を述べ、ユーザダイナミックスを記述する基礎方程式を紹介する。

ネットワーク上の振動モデルは、ユーザの状態とユーザ間の相互作用の規則について、できる限り単純で普遍性のあるモデルとして考案された [1], [2]。ユーザ数 n の OSN の構造を表す有向グラフ $G(V, E)$ のノード $i, j \in V$ について、有向リンク ($i \rightarrow j$) の重みを w_{ij} として、隣接行列 \mathcal{A} を

$$\mathcal{A} = [\mathcal{A}_{ij}]_{1 \leq i, j \leq n}$$

$$\mathcal{A}_{ij} := \begin{cases} w_{ij}, & (i \rightarrow j) \in E \\ 0, & (i \rightarrow j) \notin E \end{cases}$$

と定義する。また、ノード i の重み付き出次数を

$$d_i := \sum_{j \in \partial i} w_{ij}$$

とし、次数行列を $\mathcal{D} := \text{diag}(d_1, \dots, d_n)$ とする。ここで、 ∂_i はノード i から出る向きのリンクに関する隣接ノードの集合である。これらを用いて OSN を表す重み付き有向グラフのラプラシアン行列を

$$\mathcal{L} := \mathcal{D} - \mathcal{A}$$

とする。個々のユーザの状態は一次元の変数で記述されるものとし、時刻 t でのユーザ i の状態を $x_i(t)$ とする。ただし、 $i = 1, 2, \dots, n$ である。また、全ユーザの状態を要素にもつ列ベクトルを

$$\mathbf{x}(t) := {}^t(x_1(t), \dots, x_n(t)) \quad (1)$$

とし、ユーザの状態ベクトルと呼ぶ。このとき、ユーザ間の相互作用を以下のように記述する。ユーザ i は隣接ユーザ j から $x_i(t) - x_j(t)$ に比例した力

$$F_{ij} = -w_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \quad (2)$$

を受ける。ここで $w_{ij} > 0$ は定数である。ユーザ間の影響の強さは一般に非対称であるため $w_{ij} \neq w_{ji}$ であ

る。このとき、ユーザの状態ベクトルに関する運動方程式は以下のように記述できる。

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{x}(t) = -\mathcal{L} \mathbf{x}(t) \quad (3)$$

運動方程式 (3) はネットワーク上の波動方程式であり、ユーザ間の影響がネットワーク上を有限速度で伝搬する状況を記述している。

ラプラシアン行列 \mathcal{L} の固有値に実数でない固有値が含まれるとき、ユーザのダイナミックスが発散することが知られているが [1]、本論文では \mathcal{L} が対角化可能で、 \mathcal{L} の全ての固有値が実数である状況を考える。

式 (3) において、 \mathcal{L} を対角化するような変換を施すと、以下の波動方程式が得られる。

$$\frac{d^2}{dt^2} \boldsymbol{\phi}(t) = -\boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\phi}(t) \quad (4)$$

ここで $\boldsymbol{\Lambda}$ はラプラシアン行列を対角化した行列であり、適当な正方行列 \mathbf{P} によって $\boldsymbol{\Lambda} := \mathbf{P}^{-1} \mathcal{L} \mathbf{P}$ となる。また、 $\boldsymbol{\phi}(t) := \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}(t)$ である。式 (4) は、OSN 上の波動方程式 (3) が n 個の独立した振動モードに分解した形になっており、その解は以下のように与えられる。

$$\boldsymbol{\phi}(t) = \exp[\mp i \boldsymbol{\Omega} t] \boldsymbol{\phi}(0) \quad (5)$$

ここで、ラプラシアン行列の固有値を λ_μ ($\mu = 0, 1, \dots, n-1$) としたとき、それらは全て非負であり、

$$\boldsymbol{\Omega} := \text{diag}(\sqrt{\lambda_0}, \sqrt{\lambda_1}, \dots, \sqrt{\lambda_{n-1}})$$

である。

ユーザダイナミックスの強度の指標は、ネットワークの振動エネルギーである。ネットワークの振動エネルギーは、振動モードごとの解 (5) から求めることができる。振動モードごとの振動エネルギーは、振幅の 2 乗と固有角振動数の 2 乗の積に比例した量である [33]。

基礎方程式は、波動方程式よりも基礎的な概念として振動モデルに導入された [2], [36]。基礎方程式は、波動方程式 (3) の解を与えるだけでなく、OSN の構造とユーザダイナミックスの因果関係を明示的に記述することができる。例えば、元の OSN 構造から現れるユーザダイナミックスが既知であったとき、そこに新たに加わった OSN の構造変化に対し、ユーザダイナミックスがどのように変化するのかを明示的に記述することができる。基礎方程式は波動方程式 (3) とは異なり、時間に関して一階の微分方程式となる必要がある。

まず、半正規化ラプラシアン行列を導入する。よく知られているように、正規化ラプラシアン行列が

$$\mathcal{N} := \sqrt{\mathcal{D}^{-1}} \mathcal{L} \sqrt{\mathcal{D}^{-1}}$$

のように定義されるのに倣い、半正規化ラプラシアン行列を以下のように定義する。

$$\mathcal{H} := \sqrt{\mathcal{D}^{-1}} \mathcal{L}$$

ここで、 \mathcal{H} は有向リンク ($i \rightarrow j$) の重みが $w_{ij}/\sqrt{d_i}$ で与えられるグラフのラプラシアン行列であることに注意する。また、 \mathcal{H} が表すネットワークのリンクの有無は、 \mathcal{L} が表す OSN のそれと完全に一致する。

次に、以下のような $2n \times 2n$ 行列 $\hat{\mathcal{H}}$ を定義する。

$$\hat{\mathcal{H}} := \sqrt{\mathcal{D}} \otimes \begin{bmatrix} +1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} - \left(\sqrt{\mathcal{D}^{-1}} \mathcal{A} \right) \otimes \frac{1}{2} \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

右辺第二項の 2×2 行列は 2 乗すると零行列となることに注意する。本論文では行列 $\hat{\mathcal{H}}$ をハミルトニアンと呼ぶ。ハミルトニアンを使うと基礎方程式は以下のように与えられる。

$$i \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathcal{H}} \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (7)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{x}}(t)$ は以下で定義される $2n$ 次元の状態ベクトルである。

$$\hat{\mathbf{x}}(t) := \mathbf{x}^+(t) \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{x}^-(t) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

波動方程式 (3) の解 $\mathbf{x}(t)$ は、 $\hat{\mathbf{x}}(t)$ に現れる $\mathbf{x}^+(t)$ と $\mathbf{x}^-(t)$ を用いて、

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^+(t) + \mathbf{x}^-(t)$$

で得られる。

3.2 孤立したサブネットワークのユーザダイナミクス

孤立したオンラインコミュニティのユーザダイナミクスを基礎方程式 (7) によって調べる。特に、孤立したコミュニティ内で議論が活性化した状況として、コミュニティ内のユーザが同じ重みのリンクによって完全グラフで接続される状況がモデル化されている [6]。一般に、OSN の全てのユーザが完全グラフで接続することは考えにくい。しかし、OSN における

ユーザ間のリンクはユーザ間の影響を表したもので、直接的な知人関係のみにリンクが生じるとは限らず、同じ電子掲示板を閲覧したユーザ間にもリンクが生じる。そのため、同じ志向をもったユーザからなる孤立したコミュニティで、ユーザが完全グラフで接続される状況は不自然とは言えない。

いま、比較的小さなコミュニティが分断して完全グラフとなり、リンクの重みが全て等しくなる状況で、ユーザダイナミクスを記述する基礎方程式を考える。これは、OSN 上で同じ志向や考えをもつメンバ同士が議論するとき、ユーザ間の相互作用が一定の量に達して飽和している状況に相当する。このとき、注目するサブネットワークの固有振動数のうち、0 以外の固有角振動数は全て重複している。重複した固有振動数を ω とし、全てのリンクに共通のリンクの重みを d とすると、固有振動数 ω に関するユーザダイナミクスを表す方程式は以下のように書ける [6]。

$$i \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}(t) = \left(\frac{\omega^2}{2\sqrt{d}} \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{d}}{2} \begin{bmatrix} +1 & -1 \\ +1 & -1 \end{bmatrix} \right) \boldsymbol{\psi}(t) = \begin{bmatrix} +c\omega + \frac{\omega^2+d}{2\sqrt{d}} & +e^{-2ic\omega t} \frac{\omega^2-d}{2\sqrt{d}} \\ -e^{+2ic\omega t} \frac{\omega^2-d}{2\sqrt{d}} & -c\omega - \frac{\omega^2+d}{2\sqrt{d}} \end{bmatrix} \boldsymbol{\psi}(t) \quad (8)$$

ここで c は $c > 0$ を満たす定数である。ただし

$$\boldsymbol{\psi}(t) := \begin{pmatrix} \psi^+(t) \\ \psi^-(t) \end{pmatrix}$$

はユーザダイナミクスを表す波動方程式の解である。

この方程式の解を、位相を $\theta^\pm(t)$ を用いて以下のように表現する。

$$\psi^\pm(t) := e^{\mp i\theta^\pm(t)} \quad (9)$$

ここで、位相は一般に複素数であるとしており、実部と虚部に $\theta^\pm(t) = \text{Re}[\theta^\pm(t)] + i \text{Im}[\theta^\pm(t)]$ と分解したとき、

$$\begin{aligned} \psi^\pm(t) &= \exp(\mp i (\text{Re}[\theta^\pm(t)] + i \text{Im}[\theta^\pm(t)])) \\ &= \exp(\mp i \text{Re}[\theta^\pm(t)]) \exp(\pm \text{Im}[\theta^\pm(t)]) \\ &= A(t) \exp(\mp i \text{Re}[\theta^\pm(t)]) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $A(t) := \exp(\pm \text{Im}[\theta^\pm(t)])$ である。つまり、位相の虚部は $\psi^\pm(t)$ の振幅を決定づける量である。いま考えている系では固有振動数 ω が一定である

ため、ユーザダイナミックスの強度を示す振動エネルギーは、振幅の大きさで決まる。

式 (9) を式 (8) に代入して整理すると、 $\theta^\pm(t)$ の実部と虚部の時間発展方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d \operatorname{Re}[\theta^+(t)]}{dt} &= \frac{\omega^2 + d}{2\sqrt{d}} \\ &+ \frac{\omega^2 - d}{2\sqrt{d}} e^{-(\operatorname{Im}[\theta^-(t)] + \operatorname{Im}[\theta^+(t)])} \\ &\times \cos(-\operatorname{Re}[\theta^-(t)] - \operatorname{Re}[\theta^+(t)]) \\ &= \frac{\omega^2 + d}{2\sqrt{d}} \\ &+ \frac{\omega^2 - d}{2\sqrt{d}} e^{-(\operatorname{Im}[\theta^-(t)] + \operatorname{Im}[\theta^+(t)])} \\ &\times \sin(-\operatorname{Re}[\theta^-(t)] + \pi/2 - \operatorname{Re}[\theta^+(t)]) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d \operatorname{Im}[\theta^+(t)]}{dt} &= + \frac{\omega^2 - d}{2\sqrt{d}} e^{-(\operatorname{Im}[\theta^-(t)] + \operatorname{Im}[\theta^+(t)])} \\ &\times \sin(\operatorname{Re}[\theta^-(t)] + \operatorname{Re}[\theta^+(t)]) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{d \operatorname{Re}[\theta^-(t)]}{dt} &= \frac{\omega^2 + d}{2\sqrt{d}} \\ &+ \frac{\omega^2 - d}{2\sqrt{d}} e^{+(\operatorname{Im}[\theta^+(t)] + \operatorname{Im}[\theta^-(t)])} \\ &\times \cos(-\operatorname{Re}[\theta^+(t)] - \operatorname{Re}[\theta^-(t)]) \\ &= \frac{\omega^2 + d}{2\sqrt{d}} \\ &+ \frac{\omega^2 - d}{2\sqrt{d}} e^{+(\operatorname{Im}[\theta^+(t)] + \operatorname{Im}[\theta^-(t)])} \\ &\times \sin(-\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \pi/2 - \operatorname{Re}[\theta^-(t)]) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d \operatorname{Im}[\theta^-(t)]}{dt} &= - \frac{\omega^2 - d}{2\sqrt{d}} e^{+(\operatorname{Im}[\theta^+(t)] + \operatorname{Im}[\theta^-(t)])} \\ &\times \sin(\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)]) \end{aligned} \quad (13)$$

3.3 固有値が縮退した位相の時間発展方程式との類似性

3.2 の時間発展方程式 (10)–(13) を、文献 [3], [4] で議論されている縮退した固有値をもつ位相の時間発展方程式と比較しながら、その構造を分析する。比較は、位相の実部と虚部の時間発展方程式に分けて行う。

はじめに、位相の実部の時間発展方程式 (10), (12) を比較する。式 (10), (12) と縮退した固有値をもつ基

礎方程式における位相の実部の時間発展方程式の共通点は、右辺に以下の構造が現れることである。

$$\exp(\operatorname{Im}[\operatorname{Phase}(t)]) \times \sin(\operatorname{Re}[\operatorname{Phase}(t)]) \quad (14)$$

ここで、Phase は位相を表す関数である。式 (10) と式 (12) では、 $\sin(-\operatorname{Re}[\theta^-(t)] + \pi/2 - \operatorname{Re}[\theta^+(t)])$ と $\sin(-\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \pi/2 - \operatorname{Re}[\theta^-(t)])$ がそれぞれ式 (14) の構造に相当する。この構造において、振幅に対応する $\exp(\operatorname{Im}[\operatorname{Phase}(t)])$ の絶対値が十分大きければ、蔵本モデルと同様のメカニズムによって位相の実部の同期が起こる (付録 1.)。

次に、位相の虚部の時間発展方程式 (11), (13) に注目する。位相の虚部の時間発展方程式 (11) と (13) では、 $\sin(\operatorname{Re}[\theta^-(t)] + \operatorname{Re}[\theta^+(t)])$ と $\sin(\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)])$ がそれぞれ式 (14) の構造に相当する。したがって、位相の実部の時間発展方程式 (10), (12) が式 (14) の構造をもつことで蔵本モデル的な同期を起こすため、 $\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)]$ が特定の値に安定する。すると、 $\sin(\operatorname{Re}[\theta^-(t)] + \operatorname{Re}[\theta^+(t)])$ あるいは $\sin(\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)])$ の構造をもつ式 (11), (13) も特定の値に安定する、すなわち $\operatorname{Im}[\theta^+(t)]$, $\operatorname{Im}[\theta^-(t)]$ の変化率が一定となる。 $\operatorname{Im}[\theta^+(t)]$, $\operatorname{Im}[\theta^-(t)]$ の変化率が一定となる効果は、式 (10), (12) において同期の起点となった正弦関数に対して係数 $\exp(\operatorname{Im}[\operatorname{Phase}(t)])$ として影響を与える。結果として、位相の実部と虚部が互いに影響を及ぼす構造となっている。このとき、位相の実部に位相同期が発生するかどうかは、位相の虚部の振る舞いからも大きく影響を受ける点に注意が必要である。

蔵本モデルとの関係から見た 3.2 の時間発展方程式と文献 [3], [4] で議論されている縮退した固有値をもつ方程式の相違点は同期の発生し易さの違いである。式 (10) と式 (12) は右辺に $(\omega^2 + d)/(2\sqrt{d})$ の項をもつ。これは、 $\psi^+(t)$ と $\psi^-(t)$ が本来は逆回りの位相をもっていることを示していて、位相同期を起こすには蔵本モデルのメカニズムによる位相同期の力が本来の位相に打ち勝つ必要がある。これは固有値が縮退する場合のネット炎上モデルには存在しない特徴である。また、蔵本モデルのメカニズムによる同期が発生するかどうかは、位相の実部の時間発展方程式に現れる正弦関数の係数の絶対値が十分大きいことが必要なので、位相の実部の同期が発生するかどうかには位相の虚部の振る舞いが大きく関係してくることが予想される。また、蔵本モデルに基づく位相同期が発生しない場合であっても、位相の実部と虚部が互いに影響を与えあう状況

から、興味深いダイナミクスの出現が期待できる。

4. 数値計算シミュレーション

孤立したコミュニティのモデルにおけるユーザダイナミクスの振る舞いを確認するため、表1のようにパラメータを設定し、時間発展方程式 (10), (11), (12), (13) から位相の実部と虚部の時間発展を数値計算シミュレーションにより求める。

4.1 予備実験

位相の実部と虚部の数値計算シミュレーションを行う前に以下の予備実験を行い、モデルに関する 3.3 での比較分析の妥当性を確認する。

4.1.1 蔵本モデル的な同期の確認

本節では、逆位相で回転する位相の実部が、逆位相の動きに打ち勝って同期する可能性があるのかを調べるための予備実験を行う。具体的には、位相の実部の時間発展は、時間発展方程式 (10), (12) の右辺第一項の値にかかわらず、正弦関数の係数が大きければ蔵本モデル的な同期が起ることを確認する。式 (10), (12) の右辺第二項の正弦関数の係数部分を定数 C に置き換え、以下のようにする。

$$\frac{d \operatorname{Re}[\theta^+(t)]}{dt} = \frac{\omega^2 + d}{2\sqrt{d}} + C \sin(-\operatorname{Re}[\theta^-(t)] + \pi/2 - \operatorname{Re}[\theta^+(t)]) \quad (15)$$

$$\frac{d \operatorname{Re}[\theta^-(t)]}{dt} = \frac{\omega^2 + d}{2\sqrt{d}} + C \sin(-\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \pi/2 - \operatorname{Re}[\theta^-(t)]) \quad (16)$$

このとき、 $C = 1, 3, 10$ としたときの位相の実部の時間発展をそれぞれ図1、図2、図3に示す。横軸は経過時間を表し、縦軸は位相の実部の和 $\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)]$ を示す。図1の $C = 1$ の評価結果は、当然ある時刻には一つの値しか取らないが、その値は時間とともに激しく変動しているため、位相同期は確認できない。一方、図2の $C = 3$ 、図3の $C = 10$ では、位相の実部の和は安定しており位相が同期している。式 (15), (16)

表1 初期条件
Table 1 Initial condition.

Parameter	Value	Parameter	Value
d	2	ω	$\sqrt{3}$
$\operatorname{Re}[\theta_1^+(0)]$	0	$\operatorname{Im}[\theta_1^+(0)]$	0
$\operatorname{Re}[\theta_1^-(0)]$	0	$\operatorname{Im}[\theta_1^-(0)]$	0

の正弦関数から明らかなように、蔵本モデル的な同期が起きているならば $\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)]$ は $\pi/2$ で安定する。しかし、図2、図3の結果で位相が安定してい

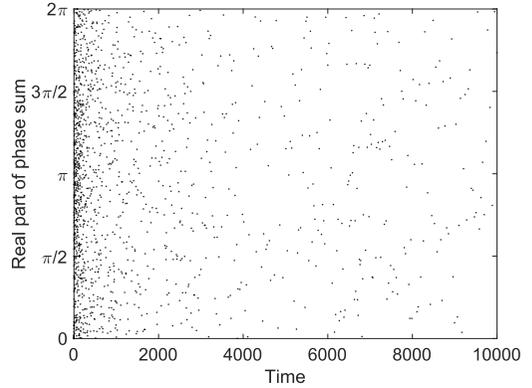


図1 $\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)]$ ($C = 1$ の場合)
Fig. 1 $\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)]$ (for $C = 1$).

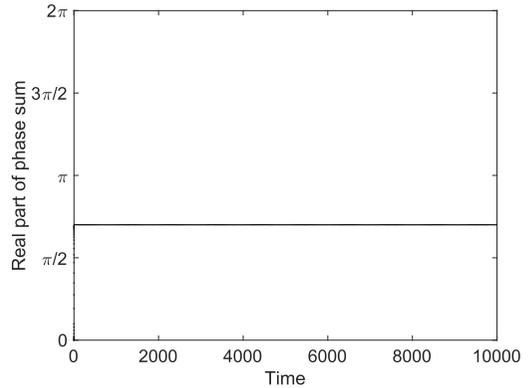


図2 $\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)]$ ($C = 3$ の場合)
Fig. 2 $\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)]$ (for $C = 3$).

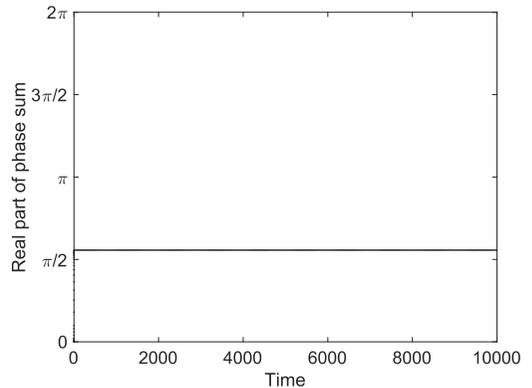


図3 $\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)]$ ($C = 10$ の場合)
Fig. 3 $\operatorname{Re}[\theta^+(t)] + \operatorname{Re}[\theta^-(t)]$ (for $C = 10$).

る値は $\pi/2$ とは異なっている。図 2, 図 3 の位相が安定した値を比較すると, 図 3 の方が蔵本モデルから導かれる同期位相 $\pi/2$ に値が近い。これは, 図 3 の C が図 2 の C より大きいことと関係があると考えられる。

このように, C の値に依存した同期の有無のメカニズムを探るため, 式 (15), (16) の両辺の和をとった次の式を考える。

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{\omega^2 + d}{\sqrt{d}} + 2C \sin(\pi/2 - \Theta) \quad (17)$$

ここで $\Theta := \text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ である。簡略化のため

$$\dot{\Theta} := \frac{d\Theta}{dt}$$

$$D := (\omega^2 + d)/2\sqrt{d}$$

とすると, 式 (17) は以下のように書ける。

$$\dot{\Theta} = D + 2C \cos(\Theta) \quad (18)$$

図 4 に式 (18) の Θ を横軸, $\dot{\Theta}$ を縦軸としたグラフを, 図 1, 図 2, 図 3 の C の値ごとに示す。 $C = 1$ の曲線は $\dot{\Theta} = 0$ となる x 軸との交点をもたないため, Θ の値が安定せず同期が生じない。一方, $C = 3, C = 10$ の曲線は $\dot{\Theta} = 0$ となる x 軸と二つの交点をもつ。 $\pi/2 < \Theta < \pi$ の交点は安定解, $\pi < \Theta < 3\pi/2$ の交点は不安定解となっており, Θ の値は十分時間が経過すると安定解に同期する。もし $D = 0$ ならば $C > 0$ を満たす任意の曲線は $\pi/2$ と $3\pi/2$ で $\dot{\Theta} = 0$ となるため, 同期した位相が $\pi/2$ と等しくならない原因は D の項にあることが分かる。また, 正弦波の振幅である C の値が大きくなると安定解は $\pi/2$ に近づくことが分かる。これによ

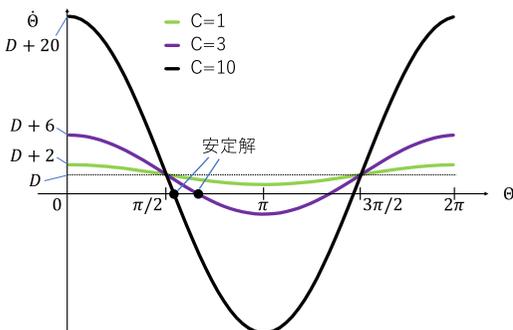


図 4 位相和の時間発展
Fig. 4 Time evolution of phase sum.

り, 図 2 よりも図 3 の同期位相が $\pi/2$ に近い値であることを説明できる。

4.1.2 位相の実部の正弦関数の係数

4.1.1 では, 位相の実部の時間発展方程式において位相同期に寄与する正弦関数の係数が大きければ蔵本モデル的な同期が起こることを確かめたが, ここでは, 時間発展方程式 (10), (12) の正弦関数の係数

$$\frac{\omega^2 - d}{2\sqrt{d}} e^{\mp(\text{Im}[\theta^-(t)] + \text{Im}[\theta^+(t)])}$$

が実際に大きいとみなせるのかどうか, その挙動について確認する。時間発展方程式 (10), (12) において二種類の初期値のもとでの位相の実部の正弦関数の係数の時間発展をそれぞれ図 5 及び図 6 に示す。初期条件として, 図 5 は $\text{Im}[\theta^+(0)] = 0.1, \text{Im}[\theta^-(0)] = 0.1$ とし, 図 6 は $\text{Im}[\theta^+(0)] = 1.6, \text{Im}[\theta^-(0)] = 1.6$ としており, その他のパラメータについては表 1 のとおりである。また, 横軸は経過時間を表し, 縦軸は時間発展方程式 (10), (12) に現れる正弦関数の係数である。

図 5 と図 6 のどちらの場合も, 正弦関数の係数が比較的小さな値で安定するような振る舞いを示していることがわかる。この値は, 4.1.1 で蔵本モデル的な同期が起こらなかった $C = 1$ よりも小さい値であるため, 蔵本モデル的な同期は起こらない可能性がある。したがって, 位相の実部と虚部が互いの時間発展に影響を与える複雑なダイナミクスがどのような振る舞いをするのか, 詳しく調べる必要がある。

4.2 位相の実部の挙動

幾つかの異なる初期条件のもとで, 位相の実部の和 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ の時間変化を図 7~図 9 に示す。初期条件として, 図 7 は $\text{Im}[\theta^+(0)] = 0.0, \text{Im}[\theta^-(0)] = 0.0$ とし, 図 8 は $\text{Im}[\theta^+(0)] = 1.6, \text{Im}[\theta^-(0)] = 1.6$ とし, 図 9 は $\text{Im}[\theta^+(0)] = 1.62, \text{Im}[\theta^-(0)] = 1.62$ としている。その他のパラメータについては表 1 のとおりである。また, 横軸は経過時間を表し, 縦軸は位相の実部の和 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ である。

これらの結果から, 位相の実部の和 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ は多様な値をとっていることがわかる。これは, 蔵本モデル的な同期現象が現れていないことを示している。また, 位相の実部の和 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ は, 激しく変化している時間領域と幾つかの離散的な値をとる時間領域がある。図 7 を例にとれば, 位相の実部の和は時間が 6,000 の手前までは激しく変化している。一方で, 時間が 6,000 の手前からは幾つかの

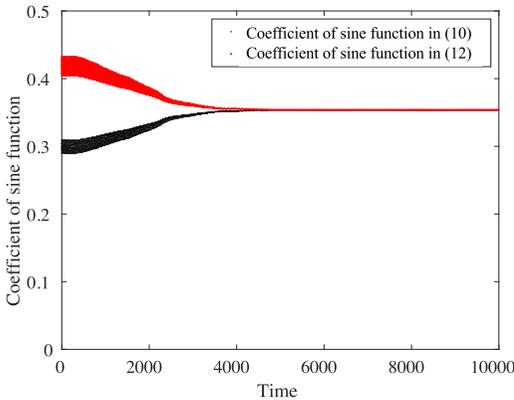


図5 位相の実部の正弦関数の係数 (初期条件: $\text{Im}[\theta^+(0)] = 0.1, \text{Im}[\theta^-(0)] = 0.1$)
 Fig. 5 Coefficient of sine function (initial conditions: $\text{Im}[\theta^+(0)] = 0.1, \text{Im}[\theta^-(0)] = 0.1$).

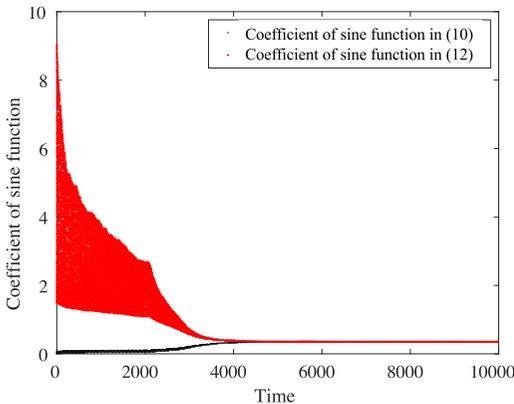


図6 位相の実部の正弦関数の係数 (初期条件: $\text{Im}[\theta^+(0)] = 1.62, \text{Im}[\theta^-(0)] = 1.62$)
 Fig. 6 Coefficient of sine function (initial conditions: $\text{Im}[\theta^+(0)] = 1.62, \text{Im}[\theta^-(0)] = 1.62$).

離散的な値をとる様子が確認できる。この様子は、カオスの分岐現象が生じている可能性を示唆している。また、位相の実部の和 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ の振る舞いは、初期値の違いによって結果が異なっていることが確認できる。 $\text{Im}[\theta^+(0)], \text{Im}[\theta^-(0)]$ の値が 1.6 と 1.62 のようなわずかな差であっても、その後の時間発展に大きな差を生んでいることがわかる。位相の虚部は振幅に対応するので、初期位相における位相の虚部の違いはユーザの活動の強さの違いに対応する。

4.3 位相の虚部の挙動

図 10~図 12 に、図 7~図 9 で示した位相の実部の時間発展に対応する、それぞれの位相の虚部の時間発展を示す。横軸は経過時刻、縦軸は $\text{Im}[\theta^+(t)]$ の値を

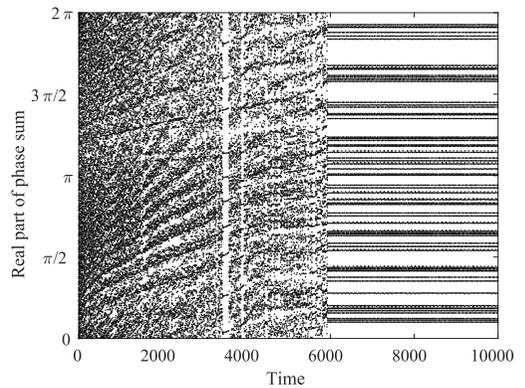


図7 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ (初期条件: $(\text{Re}[\theta^+(0)], \text{Re}[\theta^-(0)], \text{Im}[\theta^+(0)], \text{Im}[\theta^-(0)]) = (0, 0, 0, 0)$)
 Fig. 7 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ (initial conditions: $(\text{Re}[\theta^+(0)], \text{Re}[\theta^-(0)], \text{Im}[\theta^+(0)], \text{Im}[\theta^-(0)]) = (0, 0, 0, 0)$).

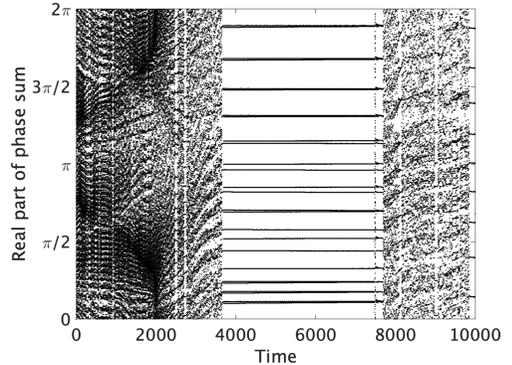


図8 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ (初期条件: $(\text{Re}[\theta^+(0)], \text{Re}[\theta^-(0)], \text{Im}[\theta^+(0)], \text{Im}[\theta^-(0)]) = (0, 0, 1.6, 1.6)$)
 Fig. 8 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ (initial conditions: $(\text{Re}[\theta^+(0)], \text{Re}[\theta^-(0)], \text{Im}[\theta^+(0)], \text{Im}[\theta^-(0)]) = (0, 0, 1.6, 1.6)$).

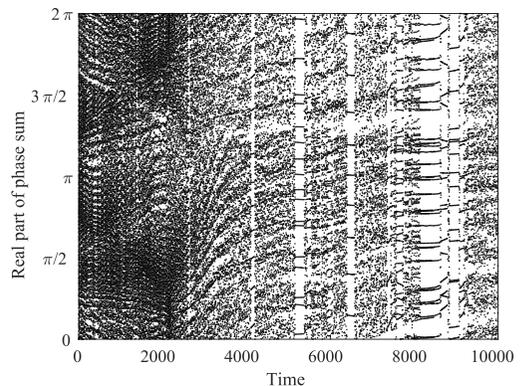


図9 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ (初期条件: $(\text{Re}[\delta^+(0)], \text{Re}[\delta^-(0)], \text{Im}[\delta^+(0)], \text{Im}[\delta^-(0)]) = (0, 0, 1.62, 1.62)$)
 Fig. 9 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ (initial conditions: $(\text{Re}[\delta^+(0)], \text{Re}[\delta^-(0)], \text{Im}[\delta^+(0)], \text{Im}[\delta^-(0)]) = (0, 0, 1.62, 1.62)$).

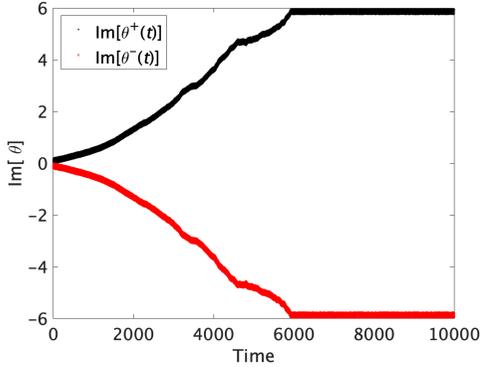


図 10 $\text{Im}[\theta^+(t)], \text{Im}[\theta^-(t)]$ (初期条件: $(\text{Re}[\delta^+(0)], \text{Re}[\delta^-(0)], \text{Im}[\delta^+(0)], \text{Im}[\delta^-(0)]) = (0, 0, 0, 0)$)
 Fig. 10 $\text{Im}[\theta^+(t)], \text{Im}[\theta^-(t)]$ (initial conditions: $(\text{Re}[\delta^+(0)], \text{Re}[\delta^-(0)], \text{Im}[\delta^+(0)], \text{Im}[\delta^-(0)]) = (0, 0, 0, 0)$).

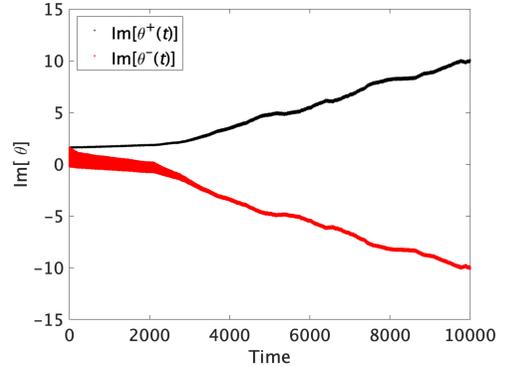


図 12 $\text{Im}[\theta^+(t)], \text{Im}[\theta^-(t)]$ (初期条件: $(\text{Re}[\theta^+(0)], \text{Re}[\theta^-(0)], \text{Im}[\theta^+(0)], \text{Im}[\theta^-(0)]) = (0, 0, 1.62, 1.62)$)
 Fig. 12 $\text{Im}[\theta^+(t)], \text{Im}[\theta^-(t)]$ (initial conditions: $(\text{Re}[\theta^+(0)], \text{Re}[\theta^-(0)], \text{Im}[\theta^+(0)], \text{Im}[\theta^-(0)]) = (0, 0, 1.62, 1.62)$).

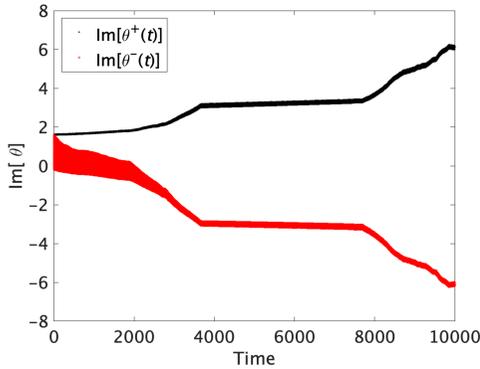


図 11 $\text{Im}[\theta^+(t)], \text{Im}[\theta^-(t)]$ (初期条件: $(\text{Re}[\theta^+(0)], \text{Re}[\theta^-(0)], \text{Im}[\theta^+(0)], \text{Im}[\theta^-(0)]) = (0, 0, 1.6, 1.6)$)
 Fig. 11 $\text{Im}[\theta^+(t)], \text{Im}[\theta^-(t)]$ (initial conditions: $(\text{Re}[\theta^+(0)], \text{Re}[\theta^-(0)], \text{Im}[\theta^+(0)], \text{Im}[\theta^-(0)]) = (0, 0, 1.6, 1.6)$).

黒のプロットで、 $\text{Im}[\theta^-(t)]$ の値を赤のプロットで表示した。

全ての図において、 $\text{Im}[\theta^+(t)]$ は増加し、 $\text{Im}[\theta^-(t)]$ は減少している傾向が確認できる。ここで、式 (9) の振幅が明示的にわかるように、位相の実部と虚部を分けて表示すると以下ようになる。

$$\psi^\pm(t) = e^{\pm \text{Im}[\theta^\pm(t)]} e^{\mp i \text{Re}[\theta^\pm(t)]} \quad (19)$$

この式から $\psi^\pm(t)$ の振幅は $e^{\pm \text{Im}[\theta^\pm(t)]}$ であることがわかる。この振幅を $e^{+\text{Im}[\theta^+(t)]}$ と $e^{-\text{Im}[\theta^-(t)]}$ に分けて位相の虚部の関数として図示すると図 13 のようになる。図 13 (a) から、 $\text{Im}[\theta^+(t)]$ の増加によって、振幅 $e^{+\text{Im}[\theta^+]}$ が増加することが理解できる。同様に、図 13 (b) から、 $\text{Im}[\theta^-(t)]$ の減少によっても、振幅 $e^{-\text{Im}[\theta^-]}$ が増加することが理解できる。以上から、 $\text{Im}[\theta^+(t)]$ と $\text{Im}[\theta^-(t)]$

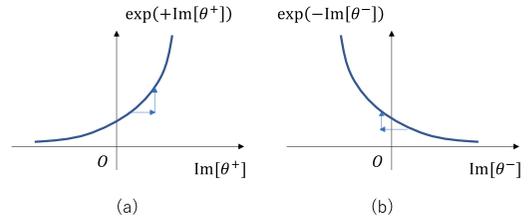


図 13 式 (19) における振幅: (a) $e^{+\text{Im}[\theta^+]}$, (b) $e^{-\text{Im}[\theta^-]}$
 Fig. 13 Amplitude of (19): (a) $e^{+\text{Im}[\theta^+]}$, (b) $e^{-\text{Im}[\theta^-]}$.

の時間発展は共に $\psi^\pm(t)$ の振幅の増加に寄与し、ユーザダイナミクスの活性化をもたらすことがわかる。

OSN 上ではユーザ間の情報流通の偏りが問題となっており、孤立したサブネットワークのダイナミクスを調べることが求められる。我々が確認したユーザダイナミクスの活性化は、分断するオンラインコミュニティを理解するための第一歩となる基礎研究である。ユーザダイナミクスの基礎的な理解を進めることで、オンラインコミュニティの分断を緩和する技術に結びつく可能性がある。

また、図 10～図 12 と図 7～図 9 を比較すると、位相の虚部の値の変化は、位相の実部の和 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ が激しく変化する期間で起こり、位相の虚部の値が増加しない時間領域では位相の実部の和 $\text{Re}[\theta^+(t)] + \text{Re}[\theta^-(t)]$ が離散的な値をとる領域に対応していることがわかる。本論文の評価で用いた初期位相では、位相の実部を 0 で固定し、位相の虚部を変化させていることから、位相の虚部の単調増加が全ての条件で確認されたわけではない。しかしながら、特定の位相条件で位相の虚部の単調増加が発生す

るならば、孤立したオンラインコミュニティのユーザダイナミクスは活性化するリスクがある。今回の評価で用いた位相の虚部はユーザダイナミクスの振幅に関係するため、各ユーザの活動の強さとユーザダイナミクスの活性化の関係を解明することで、分断するオンラインコミュニティを理解できる可能性がある。

5. む す び

本論文では、孤立したオンラインコミュニティに生じるユーザダイナミクスに着目し、そのダイナミクスを記述する方程式がネット炎上現象を記述する方程式と類似していることを用いて、ユーザダイナミクスが活発化する方向に変化する可能性があることを示した。この特性は、孤立したコミュニティを表すサブネットワークが完全グラフとなり、且つ、リンクの重みが全て等しくなるという条件のもとで発生することが予想されていた。数値計算シミュレーションの結果から、実際にユーザの振動モードの振幅の大きさが増加することを確認した。この結果は、オンラインソーシャルネットワークのユーザダイナミクスを理解する上で興味深い現象を示しており、この現象の理解を進めることで、将来、オンラインコミュニティの分断を緩和する技術に結びつく可能性がある。

謝辞 本研究は JSPS 科研費 21H03432, 20H04179, 19H04096 の助成を受けたものです。また、本研究の一部は東京都立大学ローカル 5G 研究プロジェクトの支援を受けたものです。本研究の一部の考察に有益な情報を提供してくれた東京都立大 古谷諭史氏に感謝致します。

文 献

- [1] M. Aida, C. Takano, and M. Murata, "Oscillation model for describing network dynamics caused by asymmetric node interaction," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E101-B, no.1, pp.123–136, Jan. 2018.
- [2] 会田雅樹, ネットワークダイナミクス入門, 森北出版, 2020.
- [3] T. Kubo, C. Takano, and M. Aida, "New model of flaming phenomena in on-line social networks caused by degenerated oscillation modes," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E102-B, no.8, pp.1554–1564, Aug. 2019.
- [4] T. Kubo, C. Takano, and M. Aida, "Evaluation of user dynamics created by weak ties among divided communities," *NOLTA*, vol.12, no.12, pp.157–174, April 2021.
- [5] M. Aida, A. Hashizume, C. Takano, and M. Murata "Polarization model of online social networks based on the concept of spontaneous symmetry breaking," The 32nd International Teletraffic Congress (ITC 32), Sept. 2020.
- [6] M. Aida and A. Hashizume, "Modeling of online echo-chamber effect based on the concept of spontaneous symmetry breaking," 2020 International Conference on Emerging Technologies for Communications (ICETC 2020), IB3-4, Dec. 2020.
- [7] D.J. Watts, "A twenty-first century science," *Nature*, vol.445, p.489, Jan. 2007.
- [8] S.P. Borgatti, A. Mehra, D.J. Brass, and G. Labianca, "Network analysis in the social science," *Science*, vol.323, no.5916, pp.892–895, Feb. 2009.
- [9] J. Scott, "Social network analysis: developments, advances, and prospects," *Social Network Analysis and Mining*, vol.1, pp.21–26, Jan. 2011.
- [10] X. Liu, J. Bollen, M.L. Nelson, and H.V. de Sompel, "Co-authorship networks in the digital library research community," *Information Processing and Management*, vol.41, no.6, pp.1462–1480, Dec. 2005.
- [11] S.A. Catanese, P. De Meo, E. Ferrara, G. Fiumara, and A. Provetti, "Crawling facebook for social network analysis purposes," *WIMS'11*, no.52, pp.1–8, May 2011.
- [12] A. Mislove, H.S. Koppala, K.P. Gummadi, P. Druschel, and B. Bhattacharjee, "Growth of the flickr social network," *WOSN'08*, pp.25–30, Aug. 2008.
- [13] Y.-Y. Ahn, S. Han, H. Kwak, S. Moon, and H. Jeong, "Analysis of topological characteristics of huge online social networking services," *WWW'07*, pp.835–844, May 2007.
- [14] J. Leskovec, D. Huttenlocher, and J. Kleinberg, "Signed networks in social media," *CHI'10*, pp.1361–1370 April 2010.
- [15] H. Ebel, L.-I. Mielsch, and S. Bornholdt, "Scale-free topology of e-mail networks," *Physical Review E*, vol.66, no.3, 035103, Sept. 2002.
- [16] G. Kossinets and D.J. Watts, "Empirical analysis of an evolving social network," *Science*, vol.311, no.5757, pp.88–90, Jan. 2006.
- [17] J.P. Onnela, J. Saramaki, J. Hyvonen, G. Szabo, D. Lazer, K. Kaski, J. Kertesz, and A.L. Barabasi, "Structure and tie strengths in mobile communication networks," *National Academy of Sciences*, vol.104, no.18, pp.7332–7336, May 2007.
- [18] L. Isella, J. Stehle, A. Barrat, C. Cattuto, J.F. Pinton, and W.V. den Broeck, "What's in a crowd? Analysis of face-to-face behaving networks," *Journal of Theoretical Biology*, vol.271, no.1, pp.166–180, Feb. 2011.
- [19] X. Song, Y. Chi, K. Hino, and B.L. Tseng, "Information flow modeling based on diffusion rate for prediction and ranking," *WWW'07*, pp.191–200, May 2007.
- [20] R. Th.A.J. Leenders, "Models for network dynamics: A Markovian framework," *J. Math. Sociology*, vol.20, no.1, 1995.
- [21] S. Pei and H.A. Makse, "Spreading dynamics in complex networks," *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, vol.2013, P12002, Dec. 2013.
- [22] H.W. Hethcote, "The mathematics of infectious diseases," *SIAM Review*, vol.42, no.4, pp.599–653, Dec. 2000.
- [23] R.M. May and A.L. Lloyd, "Infection dynamics on scale-free networks," *Physical Review E*, vol.64, no.6, 066112, Dec. 2001.
- [24] R. Pastor-Satorras and A. Vespignani, "Epidemic spreading in scale-free networks," *Physical Review Letters*, vol.86, no.14, pp.3200–3203, April 2001.
- [25] S. Solomon, G. Weisbuch, L. de Arcangelis, N. Jan, and D.

Stauffer, "Social percolation models," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol.277, no.1-2, pp.239–247, March 2000.

- [26] M. Hohnisch, S. Pittnauer, and D. Stauffer, "RA percolation-based model explaining delayed takeoff in new-product diffusion," *Industrial and Corporate Change*, vol.17, no.5, pp.1001–1017, Oct. 2008.
- [27] A. Campbell, "Word-of-mouth communication and percolation in social networks," *American Economic Review*, vol.103, no.6, pp.2466–2498, Oct. 2013.
- [28] F. Morone and H.A. Makse, "Influence maximization in complex networks through optimal percolation," *Nature*, vol.524, pp.65–68, July 2015.
- [29] D.J. Watts and P.S. Dodds, "Influentials, networks, and public opinion formation," *Journal of Consumer Research*, vol.34, no.4, pp.441–458, Dec. 2007.
- [30] W. Galuba, K. Aberer, D. Chakraborty, Z. Despotovic, and W. Kellerer, "Outtweeting the twitterers — Predicting information cascades in microblogs," *WOSN'10*, June 2010.
- [31] N. Barbieri, F. Bonchi, and G. Manco, "Topic-aware social influence propagation models," *Knowledge and Information Systems*, vol.37, no.3, pp.555–584, April 2013.
- [32] P.V. Mieghem, F.D. Sahneh, and C. Scoglio, "An upper bound for the epidemic threshold in exact markovian SIR and SIS epidemics on networks," *IEEE Conference on Decision and Control*, pp.6228–6233, Dec. 2014.
- [33] C. Takano and M. Aida, "Revealing of the underlying mechanism of different node centralities based on oscillation dynamics on networks," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E101-B, no.8, pp.1820–1832, Aug. 2018.
- [34] Y. Kuramoto, *Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence*, Dover Books on Chemistry, 2003.
- [35] H. Sakaguchi and Y. Kuramoto, "A soluble active rotator model showing phase transitions via mutual entertainment," *Progress of Theoretical Physics*, vol.76, no.3, pp.576–581, Sept. 1986.
- [36] M. Aida, C. Takano, and M. Ogura, "On the fundamental equation of user dynamics and the structure of online social networks," *NetSci-X 2020*, Springer Proceedings in Complexity, pp.155–170, 2020.

付 録

1. 蔵本モデル

蔵本モデルは、複数の振動子が互いに弱く結合した結合振動子の位相同期を記述するモデルである [34], [35]。蔵本モデルは、振動子の位相が同期するメカニズムを数学的に説明可能であるため、さまざまな分野で研究されている。

個数 n の結合振動子を考える。時刻 t において i ($i = 1, \dots, n$) 番目の振動子の位相を $\theta_i(t)$ とすると、蔵本モデルは位相 $\theta_i(t)$ の時間発展方程式を以下のように与える。

$$\frac{d}{dt}\theta_i(t) = \omega_i + \sum_{j=1}^n K_{ij} \sin(\theta_j(t) - \theta_i(t)) \quad (\text{A-1})$$

ここで、 K_{ij} は振動子 $i-j$ 間の相互作用の強さを表す。もし、全ての $i-j$ 間に対して $K_{ij} = 0$ が成り立つなら、振動子 i は固有角振動数 ω_i の独立な振動子となる。 ω_i の値は、全ての振動子で等しいか、近い値となる場合を考えることが多い。また、振動子同士を結合する項に位相差の正弦関数が現れることが蔵本モデルの特徴である。

蔵本モデルにおいて、相互作用の強さ K_{ij} が十分大きければ、時間発展とともに各振動子の位相が同一の値に近づくことが知られている。これが振動子の同期現象である。

(2021年5月21日受付, 9月2日再受付,
11月22日早期公開)



久保 尊広 (正員)

平 17 都立大・理・物理卒。平 19 東大院・総文・広域科学専攻修了。同年 NTT 入社。平 29 より首都大東京 (現 都立大) 大学院博士後期課程に在籍し、社会ネットワークのダイナミクスの研究に従事。平 26 年度学術奨励賞。IEEE 会員。



高野 知佐 (正員)

平 12 阪大・工・電子通信卒。平 20 首都大東京 (現 都立大) 大学院博士後期課程了。博士 (工学)。平 12 NTT アドバンステクノロジ (株) 入社。平 20 広島市立大学院情報科学研究科准教授。令 2 同大学院教授。平 14 年度学術奨励賞。通信トラヒック制御、社会ネットワーク分析の研究に従事。IEEE、情報処理学会各会員。



会田 雅樹 (正員:フェロー)

昭 62 立教大・理・物理卒。平元同大学院博士前期課程了。同年 NTT 入社。平 17 首都大東京・システムデザイン・准教授。平 19 同・教授。令 2 都立大・システムデザイン・教授。博士 (工学, 東京大学)。平 7 年度学術奨励賞。平 25 年度・28 年度通信ソサイエティ論文賞。平 29 信学会創立 100 周年記念懸賞論文優秀賞。著書「情報ネットワークの分散制御と階層構造」「ネットワークダイナミクス入門」など。IEEE シニア会員、ACM、日本 OR 学会各会員。