The Operations Research Society of Japan

再試行を含む通信システムのための準静的な安定性評価法

会田　雅樹，高野　知佐，村田　正幸，今瀬　真

通信システムは一般に，実際のデータ転送を担う転送系と，それをサポートする制御系の組み合わせで構成される．インターネットでは，転送系リソースの輻輳だけでなく，制御系リソースの輻輳が問題となってきている．特に，ユーザによる再試行動作が制御系の性能に与える影響は大きく，通信システムの安定的な運用を脅かすようになってきている．このため，再試行を含む通信システムを安定運用するための技術が求められている．本稿では，再試行をユーザとシステムの相互作用として捉え，両者の動作速度に大きな違いがあることを利用してシステムの安定性を評価するための準静的な分析法について述べる．

キーワード：再試行，安定性，準静的アプローチ

1. はじめに

インターネットでは，転送系リソースの輻輳だけでなく，制御系リソースの輻輳が問題となってきている．最近相次いで報告される商用IP電話システムの障害は，制御系の過負荷が原因の一つになっている可能性が高い．特に，ユーザによる再試行動作が制御系の性能に与える影響は大きく，通信システムの安定的な運用を脅かすようになってきている．このため，再試行を含む通信システムを安定運用するための技術が求められている．IP電話システムの再試行トラヒックは，以下に示すように転送系と制御系の双方の要因により発生すると考えられる．

- 転送系のリソース不足による再試行：通話回線の不足によりコネクション設定要求が棄却されることを契機としてユーザが再試行を行う．
- 制御系の処理リソース不足による再試行：呼制御の処理能力不足によりコネクション設定処理の応答時間が増大し，処理の完了を待ちきれないといった心理的な要因により，ユーザが再試行を行う．

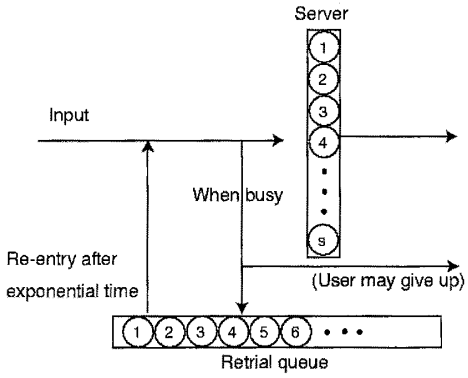

図1　M/G/s/s retrial queue model

再試行トラヒックが増大すると，それらは再びネットワークリソースを消費するため，転送系と制御系を別々に考慮することはできない．

本稿では，IP電話システムを例に，システムの安定性を評価するための準静的な分析法について述べる．

2. 関連研究

再試行トラヒックを扱った研究としてはM/G/s/s retrial queue modelが知られている[1]．M/G/s/sとは，サービス要求がPoisson過程で生起してシステムに入力し，s個のサーバの内の一つでサービスを受けてから退去するモデルであって，s個のサーバがすべて使用中のとき（サーバがbusyのとき）にはサービス要求が棄却されるモデルである．M/G/s/s retrial queue modelとは，これに加えて，棄却された

あいだ　まさき
首都大学東京 大学院システムデザイン研究科
〒161-0065 日野市旭が丘6-6
たかの　ちさ
広島市立大学 大学院情報科学研究科
〒731-3194 広島市安佐南区大塚東3-4-1
むらた　まさゆき，いませ　まこと
大阪大学 大学院情報科学研究科
〒565-0871 吹田市山田丘1-5

NII-Electronic Library Service

The Operations Research Society of Japan

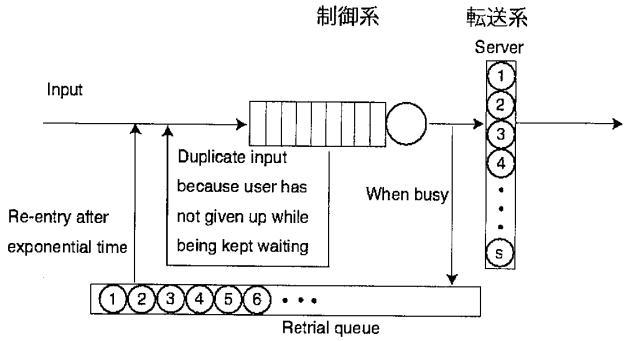

図2　制御系（M/M/1）と転送系（M/G/s/s）に再試行を入れたモデル

サービス要求がretrial queueに格納され，指数分布で決定される時間だけ待機した後に再びサービス要求として入力するモデルである（図1参照）．M/G/s/s retrial queue modelの安定性はretrial queueのqueue長が発散しない（再試行を含む入力トラヒックが発散しない）という条件で与えられ，$\lambda_0/\mu<s$となることが知られている[1]．ここでλ_0は再試行トラヒックを含まない単位時間当たりの平均発呼数，$1/\mu$は平均サービス時間である．

このモデルでは，転送系のリソース不足による再試行トラヒックは考慮されているが，制御系に関するモデル化がなされていない．

文献[2]では，コネクション設定時に通話品質を推定するような高度な呼制御処理において，制御系の負荷増大が起こることを指摘し，呼制御処理の遅延時間特性を論じている．この論文では，転送系と制御系を併せて取り扱っているが，再試行トラヒックは考慮されていない．

3. 再試行トラヒックを考慮した制御系および転送系モデル

本節では，転送系と制御系のリソース不足に起因する再試行トラヒックの特性を調べるためのモデルと，その分析方針について説明する．

3.1 基本モデル

転送系と制御系それぞれのリソース不足に起因する再試行トラヒックを記述するため，転送系と制御系を直列に組み合わせたモデルを考える（図2参照）[3]．IP電話システムへの対応は以下の通りである．転送系は通話の帯域確保に関する動作を記述し，M/G/s/sによるモデルを用いる．転送系のリソース不足により帯域確保に失敗する場合はs個のサーバがすべて使用中である場合に相当し，ある時間だけ待機した後に，

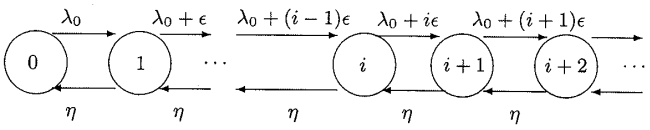

図3　制御系の系内客数に比例して再試行トラヒックが発生する場合の状態遷移図

新たなサービス要求として再度システムに入力する．制御系は，通話に先立つシグナリング処理（呼制御処理）に関する動作を記述し，M/M/1によるモデルを用いる．ただし，処理時間の増大によりユーザが待ちきれずに再試行を行うことを考慮し，なんらかの形でM/M/1の系内客数に依存して再試行トラヒックが発生するモデルを採用する．転送系のリソース不足による再試行トラヒックの発生は，既に入力しているサービス要求を取り消すこと無く行われると考えられるため，M/M/1で処理待ち中のサービス要求は退去すること無く，新たなサービス要求の入力を発生させるものとする．

3.2 準静的な再試行トラヒックモデル

ここでは，図2の制御系部分から発生する再試行トラヒックの生起特性について考察する．なんらかの形で制御系の系内客数に依存した再試行トラヒックが発生するとした場合，有力な可能性の一つとして考えられるのは，制御系の系内客数に比例して再試行トラヒックが発生する場合である．処理待ちサービス要求数が単位時間当たりεのレートで再試行トラヒックを生み，その再試行トラヒックが直ちにシステムに入力するモデルを考えると，制御系システムの系内客数に関する状態遷移速度図は図3のようになる．ここで，λ_0は再試行トラヒックを含まない単位時間当たりのサービス要求の平均発生数，$1/\eta$は制御系システムの平均サービス時間である．このシステムに定常状態確率が存在するには，下式右辺の無限和が存在しなければならない．

$$p_0=\left[1+\sum_{i=1}^{\infty}\prod_{j=0}^{i}\left(\frac{\lambda_0+j\varepsilon}{\eta}\right)\right]^{-1}$$

したがって，$\varepsilon>0$では定常状態が存在せず，システムが安定しない．現実の制御系では，通常の運用状態で再試行トラヒックの増大により処理待ち時間が発散することは無いので，制御系の系内客数に比例した再試行トラヒックが直ちに発生するモデルは現実的ではないことが分かる．

一般に，制御系システムの状態変化は人間の体感で

NII-Electronic Library Service

The Operations Research Society of Japan

きる時間スケールに比べて極めて短い時間スケールで起こっている．処理時間の増大によりユーザが待ちきれずに再試行を行う場合，ユーザは制御系の系内客数の変化に敏感に反応しているのではなく，人間が動作したり体感したりすることができる比較的長い時間スケールでシステムの状態変化に反応していると考えるのが自然である．そこで，人間が反応したり体感したりすることができる時間スケールを T として，T より短い時間スケールでは制御系システムはほぼ定常状態であるとし，ユーザの再試行トラヒックは T より長い時間スケールでシステムをゆっくり変化させていると考えることにする．ここでは，制御系および転送系双方からの再試行トラヒックの発生に関して，以下のような準静的（quasi-static）な取り扱いを行う．

- 適当な時間スケール T 以下では制御系システムは「ほぼ」定常状態と見なせるとする．
- T を時間の単位として離散時間で制御系システムの時間変化を扱う．
- 離散化されたある時刻 $t=k$ での制御系システムからの再試行トラヒックは，時刻 $t=k-1$ での制御系システムの定常状態確率により決まるとする（より具体的に，時刻 $t=k-1$ での平均系内客数に比例するものとする）．
- ある時刻 $t=k$ での転送系システムからの再試行トラヒックは，時刻 $t=k-1$ での転送系システムの棄却率により決まるとする．

3.3 時間スケール T の値について

本稿では，ユーザが処理待ち時間の増大に反応して再試行トラヒックを生起する現象を扱うために，システムの挙動を適当な時間スケール T で分離して準静的な取り扱いを行うが，このためには T の具体的な値について知る必要がある．T の値は以下の条件を満たさなければならない．

- 人間が反応したり体感したりすることができる程度の時間スケールであること．
- 制御系システムの状態遷移が起こる時間スケールに比べて十分長く，T 程度の時間スケールでは制御系システムが定常状態にあると見なせること．

文献[4]では，人間の体感できる時間スケールを調べて，いくつかのケースに分類した研究がなされている．この結果より，本稿では $T=1$ 秒程度とする．

3.4 システム動作速度の高速極限での安定性

まず議論の導入として，準静的な再試行トラヒックモデルにおいて，システムの状態が有限な時間スケール T で「完全な」定常状態に達するとした場合を考える．これは，システムの動作速度が人間の体感時間に対して非常に速くなる極限を考えていることになる．本節では準静的な再試行トラヒックモデルを用い，システム動作速度の高速極限において，再試行トラヒックを含むトラヒック入力の特性とシステムの安定性を調べる．

モデルの詳細は以下の通りである．再試行トラヒックが無い場合のトラヒック入力レートを $\lambda_0>0$ とする．再試行トラヒックは転送系と制御系システムの双方から発生する．転送系システムでは，転送系のサーバ（通話回線）に空きが無いために呼損となった発呼要求が，正常にサービスが受けられるまで再試行を繰り返すとする．転送系の再試行の仕組みは，時刻 $t=k$ で呼損となった発呼要求数が，時刻 $t=k+1$ における再試行トラヒックの入力レートになるものとする．制御系の再試行の仕組みは，時刻 $t=k$ での呼処理待ちの平均発呼要求数（M/M/1 の平均系内客数）に比例したレートで時刻 $t=k+1$ における再試行トラヒックが発生するものとする．

上記モデルによれば，時刻 k の再試行トラヒックを含む入力の負荷を λ_k とするとき，時刻 $k+1$ の入力レートは，

$$\lambda_{k+1}=\lambda_0+\lambda_k B(\rho_k, s)+\varepsilon\frac{\rho_k/a}{1-\rho_k/a} \tag{1}$$

となる．ここで，$\rho_k=\lambda_k/\mu, 1/\mu$ は転送系システムの平均サービス時間，a は $1/\mu$ と制御系サーバの処理時間の比（つまりサーバ能力の比で，制御系システムの平均サービス時間を $1/\eta$ とすると，$a=\eta/\mu$），ε は制御系システムからの再試行トラヒック生起の強さを表す正の定数である．また，$B(\rho, s)$ は Erlang B 式で，

$$B(\rho, s)=\frac{\dfrac{\rho^s}{s!}}{1+\rho+\dfrac{\rho^2}{2!}+\cdots+\dfrac{\rho^s}{s!}} \tag{2}$$

である．

次にこのシステムの安定性を考える．安定性の条件は，十分時間が経過した後に再試行を含む入力トラヒックが発散しないこと，つまり $\lim_{k\to\infty}\lambda_k<\infty$ とする．これを調べるためには，λ に関する関数 $f(\lambda)$ と $g(\lambda)$ を

$$f(\lambda)=\lambda_0+\lambda B(\rho, s)+\varepsilon\frac{\rho/a}{1-\rho/a} \tag{3}$$

$$g(\lambda)=\lambda \tag{4}$$

と与え，交点の有無を考えればよい．$\lambda_0>0$ より $f(0)$

NII-Electronic Library Service

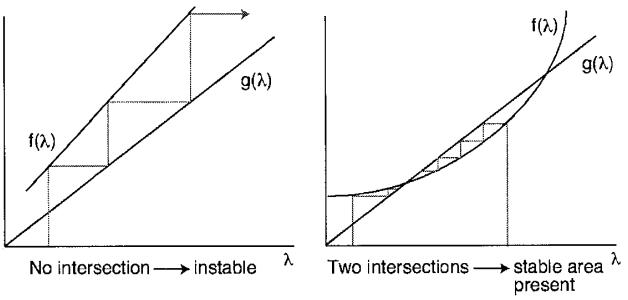

図4　$f(\lambda)$ と $g(\lambda)$ の交点の有無による安定性の違い

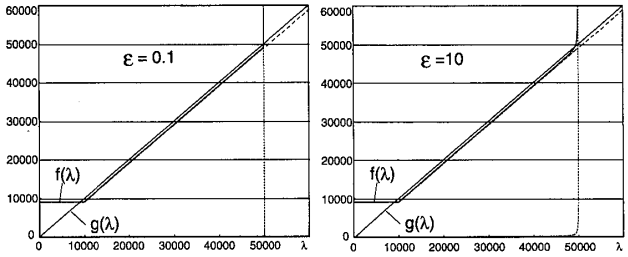

図5　s=10,000 での評価例

$>g(0)$ であるため，二つの典型的な場合で $f(\lambda)$ と $g(\lambda)$ の関係は図4のようになる．ある時刻での入力トラヒックが λ で与えられたとすると，次の時刻の入力トラヒックは $\{g^{-1}\circ f\}(\lambda)$ となり，一般に n 単位時間経過後の入力トラヒックは $\{g^{-1}\circ f\}^n(\lambda)$ となる．図4左図より，$f(\lambda)$ と $g(\lambda)$ の交点が無ければ，どの λ に対しても $\lim_{n\to\infty}\{g^{-1}\circ f\}^n(\lambda)=\infty$ となることがわかる．また，図4右図のように交点が2つあれば，右側の交点よりも左の領域の λ に対してシステムが安定であるが，右側の交点よりも右の領域ではシステムが安定しない．

具体的に s=10,000 での評価例を図5に示す．横軸は λ，縦軸はトラヒック量の評価値で，λ_0=9,000，μ=1，a=50,000 とした場合の評価例である．左右の図は ε=0.1 と 10 で，破線が λ_0 と転送系の寄与（式(3)の右辺第一項および第二項），点線が制御系の寄与（式(3)の右辺第三項），太線は両者の和を表す．このグラフから，サーバ数に対して制御系システムの転送能力を十分用意しておけば，ε（決定が難しい）の依存性はほとんど無く，ラフに設定しても問題ないことがわかる．

4.　準静的アプローチ

前節ではシステム動作速度の高速極限を考え，人間の体感時間スケール T でシステムが「完全に」定常状態に達するものとして，再試行を含む入力トラヒックの安定性を考えた．しかし現実にはシステム動作速度は有限で，T の時間内にシステムが完全な定常状態に達することはありえない．この問題を回避するための分析手法として，システムの挙動を時間スケール T で分離する「準静的アプローチ」の概略を解説する．

4.1　コンセプト

システム動作速度が有限の場合に，再試行を含む入力トラヒックの安定性を調べることを考える．まず伝統的な評価手法について問題点を整理し，提案する準静的アプローチの狙いを説明する[5]．

仮に時間間隔 T 内での発呼数を n とする．制御系からの再試行トラヒックの発生が，直前の時間間隔 T 内で生起する呼の生起時点における M/M/1 の平均系内客数に比例しているとすると，式(1)の右辺第三項は，

$$\varepsilon\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Q_i^k \tag{5}$$

となる．ここで Q_i^k は時刻 k のスロット内で i 番目に観測した M/M/1 の系内客数の値である．式(1)の右辺第三項は $n\to\infty$ となる場合に対応する．n=1 であれば現在の状態のみ依存して次の状態が決まるため，簡単なマルコフモデルで表すことができる．しかし，n=1 の場合は人間がシステム状態変化に細かく追従することを意味し，現実にはシステム動作速度が非常に遅いときにしか成立しない．一般に $n>1$ の場合も，過去の n 個の状態を併せて状態空間を作ることでマルコフモデルでの取り扱いが可能であると考えられるが，n 次元の状態空間が必要になる．このためシステム動作速度が高速化して $n\gg1$ となると現実的には取り扱いが不可能である．

次にシミュレーションで再試行を含む入力トラヒックの安定性を調べることを考える．IP 電話システムを長時間運用して，その間に入力トラヒックが発散する確率を例えば 10^{-6} 以下にしたい，という要求があるとする．この場合，長時間に対応する長さの独立なシミュレーションを 10^6 回以上（普通は 10^8 から 10^9 回程度）繰り返してデータを得る必要がある．このような規模のシミュレーションを実施することは非現実的である．

準静的アプローチのコンセプトは，人間の体感速度に比べて極めて速く動作するシステム（しかし有限）に対して，まずシステム動作速度の高速極限での性質を調べ，有限速度との振舞いのずれを「ゆらぎ」とし

NII-Electronic Library Service

The Operations Research Society of Japan

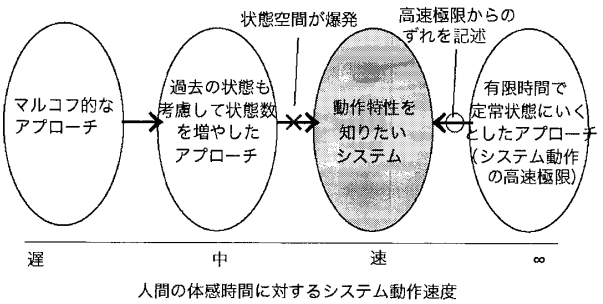

図6　準静的アプローチのコンセプト

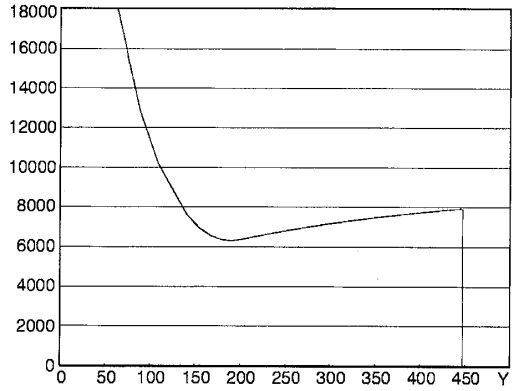

図7　$U(Y)$の評価例

て考慮する方法である（図6参照）．つまり，システム状態の変動要因を2つに分離し，システム動作速度の高速極限で決まる確定的な変動要因と，それ以外の確率的な変動要因として取り扱う．この方法は，マルコフモデルやシミュレーションでは現実的に取り扱えない規模のモデルに対して有効であると考えられる．

4.2　Langevin方程式によるモデル化

便宜的に，離散化した時刻kを連続量に戻し，時刻tでの（再試行を含む）入力トラヒック量を$X(t)$とする．このとき，トラヒック入力$X(t)$の時間発展をLangevin方程式の形で以下のように書くことにする．

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}X(t)=F(X)+R(X,t) \tag{6}$$

ここで，$F(X)$は「システム動作速度の高速極限」で決まる確定的な遷移を表し，前節の議論から詳細を決定することができる．$R(X,t)$はランダムなゆらぎを表し，入力トラヒックの変動（分散）を考えることでその詳細を決定することができる．

適当な変数変換$X\to Y$を考えると，式(6)のゆらぎ項のX依存性を消すことができ，変換後のYに関するLangevin方程式は

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}Y(t)=G(Y)+\xi(t) \tag{7}$$

のようにすることができる．ここで，$G(Y)$は式(6)の$F(X)$に対応する量であって，Yの確定的な遷移を表す．また，ξは規格化された白色ガウス雑音であって，Yのランダムなゆらぎを表す．

式(7)の確定的な動きを直観的に理解するため，

$$G(Y)=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Y}U(Y)$$

となるpotential関数$U(Y)$を考え，具体的な形を表示したものを図7に示す．ここで，回線数$s=10,000$，$\varepsilon=0.1$，平均保留時間$1/\mu$を3分，再試行を除いた発呼量は3分当たり$\lambda_0=9,000$，$a=50,000$とした．このグラフでの極小点が図5の左側の交点に対応し，右側にあるpotentialの崖は図5の右側の交点に対応する．ゆらぎが無ければ，適当な位置を出発した状態は極小点に到達して安定するが，ゆらぎのある場合は右側の崖から転落する可能性がある．これが，入力トラヒックの発散に対応する．

5.　評価例

具体的な数値例を用いて，IP電話システムの安定性を評価した結果を示す．評価条件としては，回線数$s=10,000$，平均保留時間$1/\mu$を3分，再試行を除いた発呼量は3分当たり$\lambda_0=9,000$，$a=50,000$としていて呼制御システムの処理時間は平均3.6 msとなる．つまり呼制御系の処理能力は回線数の5倍である．また$\varepsilon=0.1$とした．初期状態としてpotential関数の極小点にδ関数を置き（つまり最初の位置は安定点で確定している），potential関数の崖は吸収状態として，いったん転落したら復帰できないものとした．この条件で数値実験を行い，potentialに吸収される確率を評価した．これはつまり，数値実験の時間内に入力トラヒックの発散が少なくとも1回生じる確率を評価していることになる．

初期状態から3時間経過後のYの確率密度関数を図8に示す．横軸はy，縦軸はYの確率密度$p(y,t)$である．一見，正規分布に近いように見えるが，右側にやや裾を引いていることがわかる．これはpotential関数が図7の形状をしていて，確率密度が比較的右側に存在しやすいことが原因である．potentialの崖は$y\simeq 445$の所に存在していて，吸収境界条件として作用する．

いくつかのシミュレーション経過時間ごとに吸収確率（入力トラヒックの発散が発生する確率）を調べた

NII-Electronic Library Service

The Operations Research Society of Japan

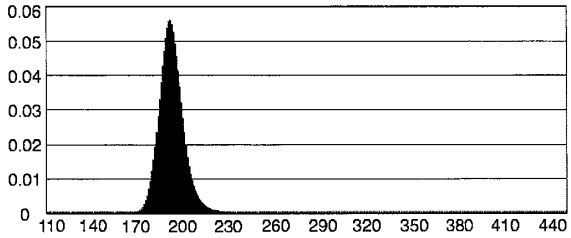

図8　3時間経過後の Y の確率密度関数

結果を表1に示す．入力トラヒックが発散する確率は工学的なシステム設計では無視できるほど小さいが，時間の経過とともに着実に増加していることが分かる．具体的にIP電話システムの安定運用の確率を考察すると以下のようになる．毎日最繁時間が1時間継続するとして，5年間運用した場合に入力トラヒックが1度でも発散してしまう確率は 5.40×10^{-8} 程度，10年間運用した場合は 1.08×10^{-7} 程度となる．また，最繁時間が3時間継続するとして，5年間運用した場合には 4.33×10^{-6} 程度，10年間運用した場合は 8.65×10^{-6} 程度となる．

6. おわりに

本稿ではIP電話システムを例にして，再試行を含む通信システムを安定運用するための性能評価手法である準静的アプローチの解説を行った，

このアプローチは，マルコフモデルやシミュレーションによる評価が難しい特定のモデルに対して有効であると考えられ，IP電話システムの入力トラヒックが発散する仕組みの直観的な理解や，システムの時間変化の特性を評価することができることを示した．

今回は，再試行回数に上限を設けず，また再試行も正規呼と同じ保留時間を持つとして，単純なモデルを取り扱った．これらモデルの詳細は，現実に合わせて様々なバリエーションが可能である．また，Webシステムなど，他の通信システムへの適用も可能である．

表1　入力トラヒックの発散確率と経過時間

経過時間	入力トラヒックの発散確率
1時間	2.96×10^{-11}
1時間半	3.09×10^{-10}
2時間	8.84×10^{-10}
2時間半	1.60×10^{-9}
3時間	2.37×10^{-9}

参考文献

[1] G. I. Falin and J. G. C. Templeton, Retrial Queues, Chapman & Hall, London, 1997.

[2] R.-H. Hwang, C.-Yi, J. F. Kurose and D. Towsley, "On-call processing delay in high speed networks," IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol. 3, No. 6, pp. 628-639, 1995.

[3] M. Aida, C. Takano, M. Murata and M. Imase, "A study of control plane stability with retry traffic: Comparison of hard-and soft-state protocols," IEICE Transactions on Communications, Vol. E 91-B, No. 2, pp. 437-445, 2008.

[4] J. Nielsen, "Response times: The three important limits," Excerpt from Chapter 5 of Usability Engineering by J. Nielsen, Academic Press, 1993.
www.useit.com/papers/responsetime. html

[5] M. Aida, C. Takano, M. Murata and M. Imase, "A proposal of quasi-static approach for analyzing the stability of IP telephony systems," The Seventh International Conference on Networking (ICN 2008), 2008.

NII-Electronic Library Service