

### ☕ 普遍性と不変性

社会的距離のような一見あいまいとも思える概念を定量的にモデル化するには、どのような注意が必要であろうか。この問いに答えるために、科学分野で定量的な法則がどのように表現されてきたか見てみよう。ニュートンの運動方程式  $F = ma$  において、力  $F$  と加速度  $a$  がベクトルで質量  $m$  はスカラーである。工学では単なる数字の組をベクトルと表現することもあるが、本来、ベクトルというのは向きと大きさを持つ量として定義される幾何学的な実体である。つまり、ベクトルとはどのような座標系を採ったかに依らない概念である、という意味である。ベクトルを数字の組で表すのは特定の座標系を決めたときの目盛りの値にすぎず、定量的な表現のための二次的なものである。その一方で、ベクトルを（目盛りの値として）定量化して扱うためには座標系を決めることが不可欠である（図）。

科学では、特定の座標系（特定の観測者）が見る量を扱いながら、誰が見ても納得する普遍的な法則を表現する方法が工夫されている。ベクトルの本来の定義は、座標変換したときに各成分がどのように変換するかを規定することで与えられる。もし目に見える現象が鏡花水月の幻ではなく、幾何学的実体として客観的に「在る」なら、座標変換に対して見え方（各成分の値）がどのように変化するのが自ずと決まってしまうのである。このような座標変換に対する変換性で定義される量は一般的にテンソルといい、ベクトルもスカラーもテンソルの仲間である。

物理法則の式は必ず両辺が座標変換に対して同じ変換をする量で作られている。上記の例では両辺がベクトルである。ベクトルの成分は観測者ごとに（座標系によって）異なり、違う値を見ているが、両辺が座標変換で同じ変換をするので、別の座標系でも等号が保たれ方程式の形は不変である。このように、変換に対して法則が不変になることが、誰もが認める普遍的な法則を表現する方法なのである。

ある種の不変性がモデルの構造を決めてしまう例として、インターネットのアクセスパターンのモデルがある<sup>16)</sup>。アクセスパターンのある特徴を観測するとき、観測者の観測開始時刻に影響されないという不変性を要請することで、アクセスパターンのルールのあるべき姿を考察している。

例えばラプラシアン行列を使ったグラフの分析では、ノードにどのような順で番号をつけようとも固有値の値は変わらない。このように、変換に対する不変性を意識して性質を導くことが、未知の概念に関する普遍的性質を追求する上で重要な指針となるだろう。

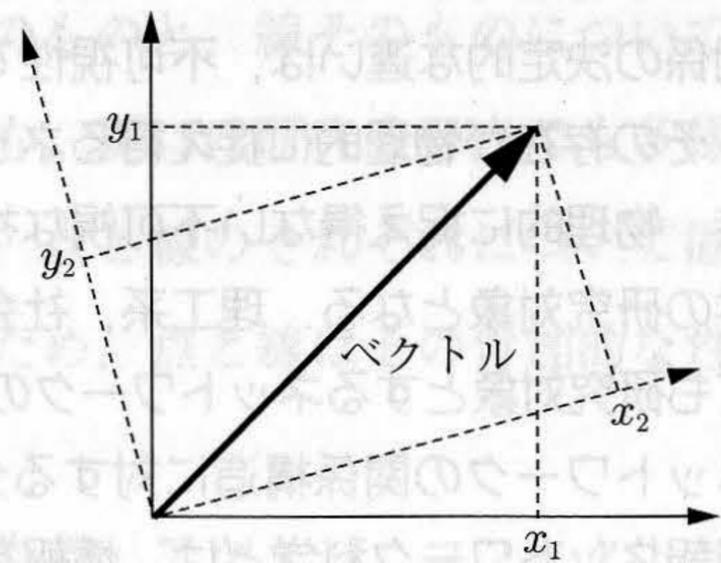


図 ベクトルを異なる座標系から見たときの成分の違い